

Országos Szakiskolai Közismereti Tanulmányi Verseny

2010/2011

MATEMATIKA – FIZIKA

III. (országos döntő) forduló

2011. április 16.

Bencs László Szakiskola és Általános Iskola

Nyíregyháza

MEGOLDÁS ÉS PONTOZÁS

*A feladatok megoldására 60 perc állt rendelkezésére.
A feladatok megoldásához körző, vonalzó, zsebszámológép és négyjegyű függ-
vényábrázoló használható.
A feladatokat tetszés szerinti sorrendben oldhatták meg.*

1. feladat

(18 pont)

Tegyen X-et a megfelelő oszlopba!

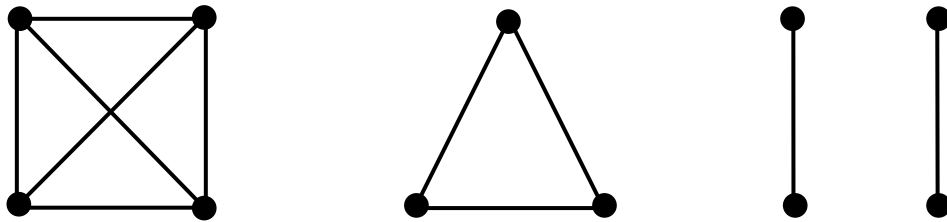
	Igaz	Nem igaz	Lehet, hogy igaz
Egy háromszögnek van egy hegyes szöge.	X		
Egy háromszögnek van két hegyesszöge.	X		
Egy háromszögnek csak két hegyesszöge lehet.		X	
Két kör hasonló egymáshoz.	X		
Két prímszám összege páratlan szám.			X
Az 1 kg toll könnyebb, mint az 1 kg vas.		X	

2. feladat

(13 pont)

Egy focicsapat 4 játékosának 3 testvére, 3 játékosának 2 testvére, és 4 játékosának 1 testvére is tagja a csapatnak. Beférhetnek-e mindannyian a kezdő 11-es keretbe? Válaszát indokolja!

Igen, beférhetnek.



A pontok jelzik a játékosokat, a vonalak a testvéri kapcsolatot.

3. feladat

(15 pont)

Egy téglalap alakú földterület két szomszédos oldalának az aránya 8:5. Ha a hosszabb oldalát 50 méterrel csökkentjük és a rövidebb oldalát 100 méterrel növeljük, akkor olyan téglalapot kapunk, amely két szomszédos oldalának aránya (az előbbi sorrendben) 5:4.

a) Mekkoraak voltak az eredeti téglalap oldalai? (10)

Jelöljük **a**-val és **b**-vel a téglalap oldalait! Ekkor:

$$\frac{a}{b} = \frac{8}{5} = \frac{8x}{5x}, \text{ ha } x \neq 0$$

$$\frac{a - 50}{b + 100} = \frac{8x - 50}{5x + 100} = \frac{5}{4}$$

Az egyenletet megoldva: $a = 800 \text{ m}$ és $b = 500 \text{ m}$.

b) Hány m^2 -rel változik a téglalap területe az átalakítás során? (5)

A területek különbsége:

$$(750 \cdot 600) \text{ m}^2 - (800 \cdot 500) \text{ m}^2 = 50\,000 \text{ m}^2, \text{ tehát ennyivel növekedett a terület.}$$

4. feladat

(20 pont)

Magas hőmérsékletek mérésére szolgáló fémhőmérőt két különböző fémből sajtolják össze. Egy ilyen szalag alakú fémhőmérő pontosan egymásra illesztett vas és vörösréz szalagokból készült. Hosszúsága 60 cm, szélessége 2 cm, vastagsága 5 mm, tömege 494,4 gramm. Milyen vastag külön-külön a vas, illetve a vörösréz szalag, ha a vas sűrűsége $7,8 \text{ g/cm}^3$ -nek, a vörösréz sűrűségét $8,9 \text{ g/cm}^3$ -nek vesszük?

Jelöljük x -el a vasból készült szalag vastagságát! Ekkor a hőmérő tömegére felírhatjuk az alábbi egyenletet:

$$60 \cdot 2 \cdot x \cdot 7,8 + 60 \cdot 2 \cdot (0,5 - x) \cdot 8,9 = 494,4$$

$$x = 0,3$$

A szalagban 0,3 cm a vasból, illetve 0,2 cm a részből készült rész vastagsága.

5. feladat

(17 pont)

Egy focipályán a szögletzászló mellé van letéve a labda. A szögletzászló rúdja 1,2 m magas, a rúd árnyéka 1 m hosszú. A labda árnyékának legtávolabbi pontja a labda talajjal való érintkezési pontjától 28 cm távolságra van. Hány cm a labda átmérője?

Az ábra jelöléseit és a megadott adatokat használva:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = 1,2; \rightarrow \alpha = 50,19^\circ$$

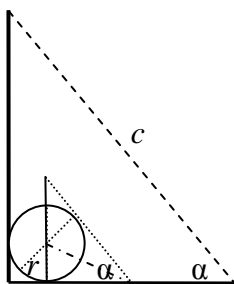
$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{r}{0,28} \rightarrow r = 13 \text{ cm}$$

Másik megoldás a háromszögek hasonlósága alapján:

$$c = 1,56 \text{ m (Pitagorasz-tétel)}$$

$$\frac{1,2}{1,56} = \frac{1,56 \cdot 0,28 - 0,28}{1,2 \cdot 0,28 - r}$$

$$r = 13 \text{ cm}$$



A labda átmérője: 26 cm

6. feladat

(17 pont)

Egy 20 cm hosszú, 8 mm átmérőjű henger alakú ceruzát tűhegyesre hegyeztünk egy ceruzafaragóval. Így a ceruza hossza 3 mm-rel rövidebb lett, és a kihegyezett vége 18 mm alkotójú forgáskúp. Mennyivel csökkent a ceruza térfogata?

$$\text{A ceruza eredeti térfogata: } V_1 = h \cdot \pi \cdot r^2 = 20 \text{ cm} \cdot \pi \cdot 0,4^2 \text{ cm}^2 = 10,05 \text{ cm}^3$$

A kihegyezett ceruza hossza: 19,7 cm.

A kúp magassága a $18^2 = 4^2 + m^2$ egyenlet alapján: 17,55 mm.

A kihegyezett ceruza térfogata:

$$(19,7 - 1,755) \text{ cm} \cdot \pi \cdot 0,4^2 \text{ cm}^2 + \frac{1}{3} (\pi \cdot 0,4^2 \text{ cm}^2 \cdot 1,755 \text{ cm}) = 9,31 \text{ cm}^3$$

A térfogatcsökkenés tehát: 0,74 cm³.